

110年學年課程標準學習一綱要-修編計畫
21世紀數學素養教學與評量
講師共識營



宜蘭頭城 素養共識營 成果冊



目錄



宜蘭頭城

素養共識營
成果冊

01 宜蘭頭城論素養！

國教署中央團數學諮詢教師 林柏寬

02 有一種成長，叫做「自主堅持」

新北市昌平國小 何典綦

03 21世紀環遊數學素養世界的豪華旅行團

高雄市茄萣國小 楊雅芬

04 我思故我在一素養

台中市松竹國小 黃秀玉

05 我對素養的期許

嘉義縣興中國小 陳滢如

06 數學易思基地：師生共同成長的故事

澎湖縣外垵國小 鄭玉玲

07 淺談國小數學教師社群發展歷程

新北市安和國小 陳玉珊

08 參與易思基地研討會心得

金門縣開瑄國小 林巧慧

09 台九甲三校數感奇遇記

新北市烏來國中小 李思慧

10 這些年，老師和學生一起玩一起成長！

高雄市茄萣國小 楊雅芬

「21 世紀數學素養教學與評量講師共識營」講師課表
第一天

時間	開場主持人：賴佩伶
10:00~11:30	數學素養我怎麼說 林福來 名譽教授
11:30~12:00	數學素養的教育思潮 單維章 教授
12:00~14:00	午餐及休息
14:00~15:30	21 世紀公民思考技能與數學素養 A 組：楊凱琳 教授 B 組：李源順 教授
15:30~15:50	中場休息
15:50~16:35	八大思考技能，每個技能 45 分鐘 創造力的教學與評量 A 組：林碧珍 教授 B 組：林勇吉 副教授
16:35~17:20	研究與探究的教學與評量 A 組：林原宏 教授 B 組：陳致澄 教授

第二天

時間	
9:00~9:45	批判性思考的的教學與評量 A 組：楊凱琳 教授 B 組：林碧珍 教授
9:45~10:30	系統性思維的的教學與評量 林原宏 教授
10:30~11:15	溝通的教學與評量 A 組：謝佳叡 助理教授 B 組：張育萍 助理教授
11:15~12:00	反思的的教學與評量 A 組：李源順 教授 B 組：林素微 教授
12:00~14:00	午餐及休息
14:00~14:45	自主堅持的的教學與評量 A 組：許慧玉 副教授 B 組：林素微 教授
14:45~15:30	資訊使用的的教學與評量 袁媛 教授
15:30~16:15	綜合座談 林福來 名譽教授



宜蘭頭城論素養！

國教署中央團數學諮詢教師

林柏寬

金庸的武俠小說中曾多次出現令人熱血沸騰、拍案叫絕的對決，其中最經典的當屬《射雕英雄傳》中的那場「華山論劍」。當時東邪黃藥師，西毒歐陽鋒，南帝段智興，北丐洪七公，中神通王重陽五人，在華山之巔打了七天七夜。最後王重陽力壓群雄，那場爭鬥令世人津津樂道了好幾年。

世人都說武人喜歡爭強好勝，不甘人下，但其實有時候那些號稱「謙謙君子」的書生好勝起來一點都不輸武夫。想要以理屈之，辯證、捍衛自己心目中的「素養」模樣，宜蘭頭城論素養，央團數學召集人林福來名譽教授在第一天第一場「數學素養我怎麼說」，就對現場參與的教授、第一線老師發出挑戰令，就看大家如何接招。



張鎮華教授說，閩南語有一句俗諺《讀書讀到肩胛邊去》，告誡「讀書不可以讀到背後去。」



單維章教授說，教師系統性的教學素養。



李源順教授說，用數學的眼光看世界，解決生活中的問題。



林碧珍教授說，用數學眼光、數學思維、數學符號來觀察真實世界，學生展現數學思考的過程和方法可以讓老師察覺到。



謝佳叡教授說，區間測速（平均速度）相對於瞬時速度，名詞是溝通，有意圖地用數學解決問題，就是有數學素養。



蔡文煥教授說，數學家到底在做什麼？知識怎麼產生的？推理證明是數學產生知識的重要素養，可以確定什麼是正確，可以說服別人。



陳致澄教授說，生活情境、跨域學習、學科整合，用不同的方法詮釋同一現象，素養就是看見不同文化的學生如何詮釋數學。



林素微教授說，數學語言如何順暢地應用，國小、國中數學的聽說讀解是基本素養。

楊凱琳教授說，時間觀念是數學素養的一環。



林原宏教授說，知、行、識，欠缺「數學素養教學的教學素養」，共識是「數學情意面的加強」。





許慧玉教授說，數學素養是 $0.\bar{9}$ 和 1 的距離。



林勇吉教授說，生活就是數學，停紅燈為什麼都是我與煞車波浪的現象。



吳昭容教授說，用數學描述、表徵生活。

蘇意雯教授說，了解數學的應用面向，解決生活和社會問題。

袁媛教授說，數學解題、溝通與推理的能力。



陳春男校長說，帶著數學意識去解決生活中遇到的問題。

方建良校長說，學生想獲得怎樣的涵養由學生自己組成。

李慧玲老師說，喜歡教學是因為學生有素養，學生直接大膽地用想法解決比賽情境。

陳滢如老師說，數學不是壓力的時候，解決數學問題就能豁然開朗。

黃秀玉老師說，孩子動頭腦，學會自我修正。





黃巾芸老師說，生活問題讓學生用數學解決。

蘇漢哲老師說，生活中找到數學問題，布題在教學中。

張根廷老師說，學生學不會的訝異，藉由邏輯推理與內化使用出來。

施淑津老師說，數學從考試變素養，老師也在學習中。除了考試之外，使用出來更重要。例如：土木工國中小畢業但是數學邏輯卻很強。

何典蓁老師說，觀點、整合、遷移。



鄧秀珍老師說，布題讓學生思考、討論。

張麗卿老師說，學生下課仍會喜歡，繼續寫、繼續討論。

楊雅芬老師說，數學、生活、數學、生活的無限循環。

吳佳慧老師說，教師有感的「教」，學生才能有感的「學」。





許嘉凌老師說，能夠好好溝通就是素養。

蔡寶桂老師說，撇開有形，進入抽象，從價值來看，用經驗反思，進而解決問題，喜歡數學。



鄧家駿老師說，數學知識變成常識，解決生活中的問題。

溫世展老師說，認知、技能、態度與文化。



陳致澄教授旁聽的兒子說，數學這麼難，以後也用不到。最重要的是，以後會用得到。

林福來教授說，學後留下的主要想法，能夠主動使用。



筆者其實對於許慧玉教授所說，數學素養是 $0.\bar{9}$ 和1的距離，有一點個人小小的意見闡述。正因為 18.3287 與 $18.3286999\dots$ 、 $18.3287000\dots$ ，以及許多其它的寫法，都表示相同的數，這些各種各樣的等式被用來更好地理解分數的小數展開式的規律。數學素養是甚麼，異中求同、同中存異，我泥中有你、你泥中有我，其實這個距離也沒有想像的巨大。只要你我堅信，做就對了，學生自然能受益。







有一種成長，叫做「自主性堅持」！

新北市昌平國小

何典蓁

關於這兩天的共識營，讓我重新省視了自己現階段的教學符合八大思考技能的哪些面向，其中讓我印象比較深刻的就是「自主性堅持」這個主題。教授提出了一個開放性提問，讓學員們討論如何讓學生保持自主性的學習，於是就在我們這小組腦內颳起了風暴。

我們這組首先針對學習成就低落並對數學沒有學習興趣的孩子提出引導方案，認為可以藉由外部的代幣制慢慢建立孩子們的信心，並讓他們在過程中獲得「成功的學習經驗」，引動他們內在學習的動力。其實，我個人對於代幣制或是遊戲教學的有效性在心中是充滿疑問的，難道拿掉遊戲或代幣以後孩子就不思考了嗎？



仔細想想為什麼孩子容易沉迷於電玩，除了酷炫的介面外，我想是因為在闖關的過程中，玩家容易獲得成功的經驗，藉此引發內在主動學習的動機，而且能自主堅持。

但電玩本身的設計有趣嗎？就自己的觀察好像不太一定，以某購物商城的蝦蝦寵物村為例(像以前的電子雞產品)，除了遊戲畫面可愛療癒之外，內建的闖關任務其實非常無聊，每天任務就是餵雞、幫雞洗澡、陪他玩遊戲，為了讓



玩家和其他玩家產生連結，多了幫別人餵雞增加經驗值以及組隊團建完成任務。這般日復一日的重複性動作卻能同時吸引老、中、青、少四代每天光顧，玩家能隨著每天的任務完成看到雞的成長樣貌，快速獲得成就感。遊戲沒有逼著玩家天天進場餵雞，但這些玩家為什麼願意每天自動自發地進去餵雞呢？

如果數學課程也能設計成這樣的課程脈絡，是不是有機會讓學生在學習的過程中因為不斷獲得成功的經驗，進而開啟他們的數學素養天眼，讓他們在生活中處處發現數學的軌跡呢？



這次共識營讓我最深刻的領悟就是，我們要教的不是知識，而是引動孩子自主學習的堅持力。我們都知道耕耘與收穫不在同一個季節，中間隔著一段時間叫做「堅持」。隨著教學年資的增進，我發現自己在課堂上越來越愛講，漸漸失去等待孩子思考的那份耐心，反省自己越來越愛在台上講不停的主因就是自己已經精熟了這一課。將森林化為灰燼，只需要一天，但是要用陽光、空氣和水培養出茁壯的森林卻需要一百年。從事這樣百年樹人的事業，大多數老師們卻忘了「等待」以及「提供」孩子獲得成功的經驗，這是在接下來的教學生涯中需要改進的地方。勿忘教育初衷，當年踏進教育職場的我多麼熱血地期盼灑下一粒希望的種子，就能收穫一路燦爛的繁花。



21世紀環遊數學素養世界的豪華旅行團

高雄市茄萣國小

楊雅芬

如果有一個環遊世界的機會，而且是頂級的環遊世界豪華旅行團，你會參加嗎？答案絕對是肯定的，這上天掉下來的好運氣，有誰會傻傻拒絕呢？當我收到「21世紀數學素養教學與評量講師共識營」邀請郵件時，精實的課程安排，還有夢幻的講師名單，真是讓人又驚又喜！天啊！何其有幸能獲得這上天所賜的好運氣啊！我立刻回覆信件，錯開行事曆上所列的業務，立馬訂購高鐵票。是的，我有幸參加了「21世紀環遊數學素養世界」的豪華旅行團！

環遊世界第一站由數學教育巨擘林福來教授開啟。林教授不愧是目前數學教育執牛耳者，開門見山就要每個人都說說「數學素養」。現場教授、國中小教師在數學教學都很有經驗，但為了提出不重複的見解，也是絞盡腦汁。透過這樣的交流，「數學素養」的面向多元且豐富，打開了我腦袋中制式化定義的枷鎖。

令我印象深刻的幾個看法：

一、讓孩子覺得數學是有用的，如果孩子在學習過程中，能感受這個數學知識是有用的，能有效率解決問題，這樣的學習就會有意義。

二、孩子願意挑戰自我，能和同儕合作解決問題，並進一步表達、說明解題的策略。

三、貼近生活的學習，讓孩子能從生活經驗去感受、去思考，最後能將數學應用於生活。

而我也提出了「學習需求感」的看法。當孩子在學習過程中，為了解決問題，出現「可以這樣做」的數學知識，這個數學知識對孩子就能有意義的存在。經過了百家爭鳴後，林教授協助大家從課程觀點來看「素養」。數學知識是一種常識，這個常識讓孩子覺得可以用，覺得很好用，甚至喜歡用！果然大師的見解不同凡響，不僅一語道破數學素養的要義，而且字字珠璣，淺顯易懂！



第二站是單維章教授從人文承續論、心理發展論、社會效率論、社會改良論方面談數學素養的教育思潮，還有李源順教授、楊凱琳教授陪大家一起探討21世紀公民思考技能與數學素養。教授們拋出許多問題，可以朝向哪裡改進台灣數學學習品質？21世紀技能可以是什麼？數學素養在新課綱怎麼表現？還用了日本最老APP遊戲開發者、台灣外送員等等許多生活例子來說明，數學素養無所不在，數學素養是將知識轉變成力量的存在。在李教授和楊教授問題討論的帶領下，與會的教授們個個非常親切的和教師們一起燒腦，一起集思廣益！

接著來的夢幻講師紛紛引領21世紀公民八大技能之說明。林碧珍教授和林勇吉副教授的「創造力」，提到孩子解題想法或做法的流暢性、變通性與原創性，當然也給了我們奠基進教室的教學實例來說明。林原宏教授和陳致澄教授的「研究與探究」，教授們為這個主流的教學提出三個步驟，提想法、做試驗、下結論。教授們也提出許多問題要大家思考，其中讓人印象深刻的是「研究與探究的教學應考慮的學習者特性？」讓我們重視學習活動的設計要以孩子為本位，只有符合學習者特性的活動，才能真正引起學習的興趣，才能達成學習目標。然後是楊凱琳教授和林碧珍教授的「批判性思考」，以「牛排和生吐司」問題讓教師們根據現有資訊，討論其價格合理性。讓教師們實際感受到「察覺矛盾、說理反駁、判斷有效性」三步驟的過程，並強調批判思考的核心特色，質疑與理性思考。林原宏教授的「系統性思維」，教授以三年級時間單元的教學實例，從找元素、找關係、建系統三方面讓現場老師體驗「教師的系統性思維VS學生的系統性思維」。接著是謝佳叡教授和張育萍助理教授的「溝通」，強調溝通技能是在學習內容、數學推理、數學解題的基礎下，搭配其它技能運作的，除了「釐清想法、調整想法、統整想法」的三元素外，還有分享想法的學習成就感與喜悅等等情意層面的表現。李源順教授和林素微教授的「反思」，教授以有趣的犯罪率、身高、開車等幾個生活事件，讓老師們分組討論「事件描述、詮釋了解、批判評鑑」等三要素。許慧玉副教授和林素微教授的「自主堅持」，教授從四年級分數單元的素養評量做說明，讓教師們可以從答題表現清楚看見學生的「自主導向、自動自發、堅持不懈」三元素的呈現。最後是袁媛教授的「資訊使用」，教授從「模擬操作、探究實驗、反思溝通」三方面談論資訊科技融入教學是必然趨勢，也介紹了幾款好用的資訊軟體與計算機在新課綱的角色定位。





兩天下來，精實的課程讓人如沐春風，也讓人快速充電、快速充滿力量。但其中不少教授提到，既然新課綱的教學方式改變了，那麼評量方式呢？的確，目前教學現場正在慢慢轉變，愈來愈多教師認同素養教學的理念，也願意朝向素養教學努力，但是這些努力能被看見嗎？如果不能，那麼這樣的轉變力量終將被考試分數一點一滴地削減。畢竟目前教學現場的評量方式(傳統的考卷)無法真正呈現出學生的數學素養，更無法展現學生21世紀公民技能。因此為了能讓好的轉變繼續發生，我們也應該重視評量的改革！只有讓學校的評量方式改變了，才能真正評量出學生的數學素養和21世紀公民技能，才能讓致力於素養導向教學的教師受到肯定，這樣的教育改革才能真正激勵所有教師一起向前行！

雖然許多新概念的吸收和一連串的問題討論讓腦袋都快被榨乾了，但這兩天與教授、教師們的對話卻如同豐沛的甘霖，滋潤著心靈。這個共識營研習的辦理方式，讓我可以暫時拋開其他事務，全心全意對素養教學做深入的探討，以前不熟悉的公民思考技能也有機會跟隨教授的脚步做進一步的認識。共識營這充實的課程安排，這夢幻的講師群，促使我快速成長，讓我對未來數學教學更有想法，更有信心自己正走在對的方向！我何其有幸能參加「21世紀環遊數學素養世界」的豪華旅行團啊！





我思故我在一素養

台中市松竹國小

黃秀玉

七月一日放暑假了，一大早帶著簡單的行囊出發，來到好山好水的宜蘭參加「二十一世紀數學素養教學與評量講師共識營」，以提升自己的教學上的知識、視野與能力。

世界的變化愈來愈快速，遇見了一個人類難以想像的新未來，以後的世界會是怎樣的樣貌？放眼不確定的未來，孩子們所面對的機會與挑戰，將和身為教師或父母的我們截然不同。孩子們需要具備哪些能力，方能擁有競爭力，成功迎向未來？身為教師的我們要怎麼教，才能讓孩子們具備這些能力呢？

多位臺灣數學教育界的重量級教授，帶領著央團老師、第一線的國中小學老師們，從教育趨勢、理論、教學實務……等多元面向，進行探究，深入了解各國關注的「21世紀技能」是什麼？在教育現場中「21世紀數學素養教學與評量」如何推進？期許在教學中培養出孩子們的素養，做好迎向未來的準備。

兩天的活動，由「數學素養我怎麼說？」點燃第一束火苗，與會的教授和國中小學老師們，說出心中的數學素養。大家以多元的角度各抒己見，有從理論面向來導入，有從實務面向來切入，有從素養教學角度來詮釋，也有從學生學習角度來述說，每個人用自己獨特的視角，說出自己心中的數學素養，內容精彩豐富，大家的看法雖似各不相同，細想卻又互相連結、交錯，多元的觀點交織出數學素養的樣貌。也正因為這一個活動，大家打開了話匣子話，削減了彼此間的陌生感，打開思路點亮腦中的想法。

接著是「數學素養的教育思潮」，這一堂課教授由古至今、由國外到國內，細說數學素養的教育思潮，最後建議以數學知行識來設計課程，教授引經據典，內容扎實。其中帶給我最有感的是在課程一開始時，教授點出的：大家馬上可以開始做的事情就是「評量准用工具」，若捨棄工具，中學數學只剩代數，小學數學只剩算數，將工具放入後，命題及教學的思維就隨之改變。此論點衝擊了我，真的是這樣嗎？細想若是以廣義的工具來看，真的是如此。



接著是「21世紀公民思考技能與數學素養」，這一堂課由學生在PISA的表現談臺灣數學學習的品質，接著探究21世紀技能、最後再說明21世紀技能與數學素養的關係。課程以一連串的問題來啟動。由PISA的成績中，發現臺灣學生的數學素養表現得很不錯，但是發現學生表現的高低落差是非常大的，而且近來高層次數學素養的比例下降了，造成了高不尖、低也不行的現象，許多成績好的學生出現低自信、低興趣、害怕失敗的現象，學生高成就、低情意，這樣有什麼問題嗎？還缺了什麼？課綱的願景、理念和目標，能補這個缺嗎？這些好問題，引發大家熱烈的討論。這些年低成就的孩子的進步在TIMSS測驗中已經呈現，在PISA成績看不出來，可能是因為PISA強調後端反思和批判的能力，學生在這一塊還有落差，108課綱的願景帶著大家往這個方向努力，每個老師開始注意素養這一塊，並以此活化教學。有位老師提出自己的一位學生數學成績不好，但喜歡上數學課，願意在課堂上發表自己的數學想法，能夠覺察自己與其他人想法不同處或矛盾點，能嘗試舉證說理，這學生是否具有數學素養呢？老師所看到學生的素養表現，在測驗中無法表現出來，由此可以發現我們所使用的測量工具沒有量到孩子重要的特質，因此有再改造的空間。我想，要教出有素養的學生，老師自己要先具備素養，老師除了活化教學，將素養教學帶入課堂，培養學生用數學的眼光看世界的能力外，為了能夠測出學生珍貴的特質，還要在評量中加入具數學素養的命題。

最後是21世紀八大思考技能，針對「創造力」、「研究與探究」、「批判性思考」、「系統性思維」、「溝通」、「反思」、「自主堅持」及「資訊使用」等八大思考技能，教授們分別提出各思考技能的構面，加以詮釋，用例子來進行說明，深入淺出，讓與會者能夠更加理解八大技能的內涵，再拋出問題讓大家討論，透過思辨、論述，不僅能夠有更深入的想法，且大家的理念漸趨一致，達成共識。以下提出八大思考技能中令我印象深刻之處：

一. 創造力：

在這一段課程中領我驚豔的是，可以依學生在任務中扮演的認知角色和功能，依據想法的數量、多元性、獨特性及周延等，作為流暢性、變通性、原創性和精緻性的評量指標，進行量化評量，也可以透過好的命題測出學生的「創造力」。

二. 研究與探究：

教師以學生的既有知識為基礎，進行教學設計和佈題，學生在情境中提出想法，進行驗證並做出結論，獲取新的知識內容、提出新問題或新想法。探究始於好奇，若能在教學中培養出學生提出好問題的能力，研究與探究能力將更進一步。



三. 批判性思考：

批判性思考能力之所以重要，是因為生活中充滿資訊，這些資訊不一定是真的，批判性思考能力可以幫助我們釐清資訊的正確性及合理性，協助我們下判斷以及提出問題，並以邏輯的方法進行解疑。

四. 系統性思維：

不僅學生需要有系統性思維，老師也要有系統性思維，老師在課堂中營造出開放且容許歧異的環境，提出好的問題，引起學生的好奇心，透過引導和追問協助學生找出重要元素及元素間的關係，進而進行有意義的詮釋，建立系統。

五. 溝通：

溝通非獨立存在，需在學習內容搭配其他技能進行運作。溝通是一種動態的歷程，數學溝通是聚焦在一個主題上，以生活語言或數學語言來表達想法、釐清想法以及理解他人的想法，產生衝擊、判斷比較進行調適，形成共識。

六. 反思：

反思可以聚焦在複習舊概念和統整學習兩區塊，以較開放的提問引導學生做事件的描述，透過追問讓學生聚焦進行詮釋了解，回到原始情境，站在高觀點重新出發，達到批判評鑑的高層次反思。

七. 自主堅持：

自主堅持是較獨立的面向，但是又和其他面向息息相關，在教學過程中，先以開放性活動讓學生多元想法進來，任務難度不要太難且貼近學生的生活，搭鷹架協助學生思考，鼓勵學生舉例說說看，讓學生有成功經驗，學生有信心才能夠增強自主堅持力。

八. 資訊使用：

資訊科技融入數學教學成為教與學發展的必然趨勢，它會帶來老師教學、學生學習以及教學內容的改變。資訊科技可以彌補我們在課堂上的傳統教法不容易清楚看到的現象，協助學生進行試驗與觀察，進行臆測，並進行驗證。

兩天的共識營，大家的想法各自精采，對話聲、歡笑聲此起彼落。感謝教授們用心的引導，讓我們從討論中建立共識。共識營的句點，另一個旅程的起點，我們將它帶回學校，落實在課堂中，灑下素養教育的種子，期待它能綻放！



我對素養的期許！

嘉義縣興中國小

陳澄如

兩天的共識營從說說每個人心中對素養的想法開啟序幕，畢竟這是未來教育的核心目標，教師對素養的認知將會影響教與學的方向。對於108課綱中所指：「『核心素養』是指一個人為了適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。核心素養強調學習不局限於學科知識及技能，而應關注學習與生活的結合。」這個標準化答案，大家都已熟知，但它卻又像是盲人摸象中的那隻大象，而我們每個人都像盲者，各自在心中想像著它該有的面貌。

在大家熱烈的表述中，有幾個人的論點讓我印象較深刻。一位大學生(教授的孩子)，他說：「只有學不會的人才要談素養。」當下聽到的感覺是：好霸氣！他一定是學霸。我猜測他想表達的是「當你學會了，你自然就有能力去用。」但他口中的「學會」，指的是單純的知識？或是應用知識的能力？而就算這些都會了，但看著社會上許多「學非所用」的大學畢業生，學歷只是為了求職資格，花費了那麼多時間、資源，培養出無法發揮專業能力於社會的大學生，這是我們所要的素養嗎？

況且，我個人認為，新課綱是針對全民而非只有精英，精英學生學習能力好，培養素養能力相對容易，但非精英的學生佔多數，這些學生如何具有素養，更是我們需努力的目標。學習弱勢的學生，或許費盡力氣也難以得高分，一味強調知識面的學習成效，學生長期無法得到成就感，就會失去學習動力，素養將流於空談。因此，如何讓學生保有學習興趣與熱忱，就算成績不好，也不氣餒，可以自然、持續學習，把學習當作生活中的一部分，遇到問題會自然的運用所學的知識去思考如何解決。每個人所學的知識程度和能力不同，所運用出來的解決方法相異，或許得到的結果品質參差不齊，但我覺得只要願學、肯用，就會展現出屬於他的素養。





我很喜歡一位教授提到的「博而能約」論點，特地搜尋了一下它的含意：「清代學者章學誠(1738~1801)認為讀書求學有『功力』和『學問』這兩個層次或階段；『功力』是指知識的累積，『學問』是指個人基於學識而形成的思想。讀書求學應從『功力』出發，由努力成為習慣性的努力不懈，所學自然基礎穩固，『功力』增進。但『功力』並不等於『學問』，必須把『功力』統整、內化為個人的思想，才成為『學問』。而『功力』內化為『學問』的方法，關鍵在於所學必須符合個人性情，合乎性情，能樂在其中，浸潤深沈，所獲心得將能化為個人思想內容。」

綜合以上論點，個人認為現行教材內容就像是提供學生累積「功力」的材料，「學問」則是我們現在努力希望學生培養出的「素養」，而其中轉化的媒介則是「興趣、快樂與堅持」。

因此對於素養，個人目前的想法是：「提供學生學習素材，配合學生個別差異，提升學生的學習興趣以堅持學習動力，將所學內容透過反思內化為個人思想，以此思想面對生活。」期許自己未來備課，以此為設計課程的原則，改變自己的教學樣貌。





學習，從勉為其難開始！

澎湖縣外垵國小

鄭玉玲

去年調到外垵國小這所地屬偏遠的小學校，哇！處處充滿驚奇！在這所不到50位學生的小校裡，進行著一項偉大的任務—推展全澎湖縣的數學教育，對於校長的辦學理念及老師們的精實學習及付出，我個人深感佩服。

數學，對我而言並不排斥，甚至覺得比起要背的科目好玩多了，但求學的過程中看到太多人因為對數學學習的障礙，否定了自己，放棄了所有的學習，實在是太可惜了。若也能在推展數學教育上盡一份心力，讓孩子喜歡數學、找到學習數學的信心，那真的是一件功德無量的事啊！於是，展開了從「零」開始的學習。

首先，學校開始推動全校老師參與易思研習，藉由數學活動師之師資培訓計畫，建立全校老師為全縣數學教育而努力的共同目標。校長在學校的各個研習等公開場合數度宣揚此目標之內涵及價值，也為此召開了一次又一次的會議來勸說老師們投入，感動了一些老師，有的老師欣然加入此培訓計畫，但還是有些老師是勉為其難的開始。讓我想全心投入此計畫，是來自主要輔導我們的講師-阮正誼老師。老師對數學教育的熱情，散發出來的光與熱，深深地感動了我，一次又一次地不遠千里搭機來澎湖，為我們解說一個又一個的數學奠基模組；細緻地為偏鄉小校制訂課程-FUN數學。思索如何結合在地特色，循循善誘地啟發老師對於數學奠基活動的熱忱與信心，讓對數學奠基活動剛起步的我，願意參與每一場研習，踏出勉為其難來學習的第一步。一個個奠基模組的學習，主要是讓孩子在遊戲中去建構數學概念並試著表達出來，這是在傳統的課堂中想去做，但因為時間的壓力很難去做到的部分。若利用課餘的營隊課程，讓孩子有時間慢慢建構出數學概念，這真的是很棒的奠基，開始對數學奠基模組之教育燃起希望，有機會想要在課堂上運用幾個模組，增進孩子的學習興趣，也衷心地希望學習數學不再是學習的阻礙，而是跨出自信學習的一大步。



接著，就換我們上場了！學校老師們開始把將所學帶入好好玩數學營中進行實際演練。一下子連續三週要多出一整個下午的課程，本來非常害怕孩子無法接受這麼長的學習時間，事實證明是我多慮了。從孩子學習過程中的笑臉，並開始動腦思考，自信表達自己的所想所思時，我知道，孩子喜歡這樣的學習方式。在一場「終極密碼」的觀課中，我看到孩子運用了各種所學的數學方法去找到終極密碼，發現孩子的潛力是無限可能的。也打破了共同備課時，許多老師認為孩子能運用的方法恐怕非常有限的錯誤想法。在孩子靈活的思考及一問一答中，真是覺得太帥、太精彩了。



沒有跨出勉為其難的學習第一步，就無法看到另一番風景，感謝正誼老師帶領著我們學習，可以肯定的說：這陣子的努力是值得的。



淺談本校數學教師社群發展歷程

新北市安和國小

陳玉珊

教育部公告十二年國民基本教育課程綱要總綱精神，乃在培養學生成為自發主動的終身學習者，教師身為專業工作者，應組成專業學習社群，並持續以探究、分享、研習等方式專業發展以引導學生學習（教育部，2014）；「教師專業學習社群」即成為因應教育改革壓力和推陳出新的教改方案發展而來的教師專業成長方式。「專業學習社群」概念始於 Peter Senge 在 90 年代對於組織理論與相關的研究(Hipp & Huffman, 2009)，透過專業學習社群，人們能不斷擴展自己的能力，創造想望結果，而應用於教育的專業學習社群，即稱為「教師專業學習社群」。

本校「瑪爾庫覓月數學教學專業社群」成立至今已有10多年，社群成員都是由一群熱衷數學教學的現場教師組成，從一開始以解決夥伴們教學現場的數學問題為主，慢慢演變到現在進行課室研究(備觀議課)、研讀文獻、觀課訓練、解構現行課程。在這10多年期間，不論是動態的夥伴成長，或是靜態的研究資料，都有相當豐碩的成果，也都深獲各界肯定與好評。因此筆者心想，倘若能將本社群發展的歷程撰寫成文章，相信對於日後在推廣教師專業社群發展的政策上，會有相當大的助益。

※社群的發展脈絡

一、成立社群的契機

「一個好的數學老師應該是什麼樣的一個樣貌？」

身為一位數學老師，最常被問到這樣的一個問題，一直到現在，筆者也很常被問到這個問題。在還沒有數學社群之前，筆者和大多數的現場老師都一致認為，要能夠成為一位好的數學老師，首先「老師的數學程度要好」，再來就是，「老師在教學的過程中，對於每一道數學題目的解題步驟，都要能夠講解得很清楚」，最後則是希望「學生的每一次數學考試都能夠考高分」。

對於「老師的數學程度要好」以及「老師在教學的過程中，對於每一道數學題目的解題步驟，都要能夠講解得很清楚」這兩點要素，筆者認為要達到並不難，唯獨「學生的每一次數學考試都能夠考高分」這一點，卻始終困擾著筆者，為了讓學生數學考高分，筆者了嘗試各種方法，偏偏依舊是…事與願違。



筆者正苦惱著還可以怎麼辦時，這時候夥伴W師就提議：「我們何不來成立一個數學社群？讓同樣有這樣困擾的學校老師，我們大家一起來尋找出這個問題的答案…」有了這樣的一個構思之後，我們幾個對數學教學有興趣的夥伴，就真的開始著手進行了。

二、社群發展歷程

(一)易入門、初成長

剛成立社群之初，雖然我們這一群夥伴彼此都已經很熟悉了，但是真正要進入到社群討論的時候，其實大家還是不太敢開口，因為我們當時的每一位夥伴都很擔心自己所發表的言論，會讓大家覺得很不專業，更怕的是在別人的面前顯露出自己的缺點以及自身的不足，所以當時的我們，都是屬於比較「聆聽對方的說法」，還好當時的社群領導人W師，他很清楚知道我們有這樣的一個顧慮之後，他就帶領我們一起研讀一些文獻，透過研讀文獻，我們才從中體悟到，原來一個好的數學老師，首先要先提升自身的數學教學專業能力 (Fennema & Franke, 1992)，如下圖1；因為當老師有豐厚的數學學科知識之後，老師才能夠很清楚的掌握到學生有哪些的迷思概念，為此，老師才能針對學生的那些迷思概念選擇出相對應以及更適切的數學教學策略，這三者之間必須彼此相互搭配，才會是一個好的數學學習樣貌。

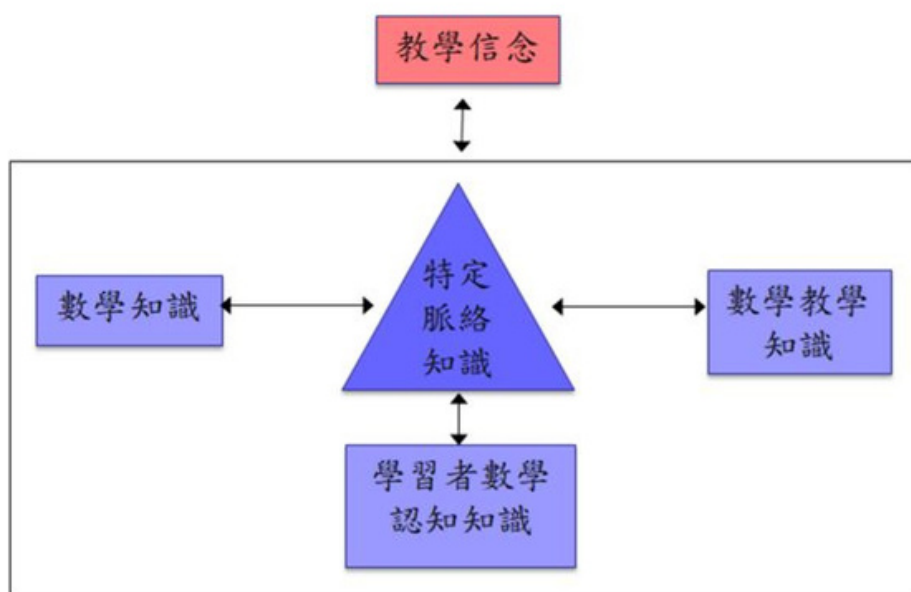


圖 1：數學教學專業能力的內涵 (Fennema & Franke, 1992)



有了這樣的一個體認，我們也才逐漸明白了，我們究竟要讀哪些的文獻，才不會像一隻盲目的無頭蒼蠅，不知為何而做。慢慢地，我們也開始對自己產生了一點點的自信，從不敢開口，到已經可以簡單陳述自己的論點。在這期間，我們又發現，好像說錯話並不會被嘲笑，也不會有被瞧不起的不舒服感，甚至在講錯的過程中，夥伴們彼此都能夠給予一些比較正面的回饋與建議，在這樣一個互信、溫暖、安心的環境下來學習數學，久而久之，夥伴們也越來越能夠暢所欲言。

當時的社群領導人(W師)，看到夥伴們有了這樣的一個成長與改變之後，他開始安排了一些專家學者來跟我們進行一些更嚴謹、更學術的專業對話(如圖2~圖4)。多年下來，夥伴們也開始察覺到了自己確實有了很大的進步，已能清楚了解自己的專業需求，於深入瞭解(具體分析)自身當前專業成長程度後，並能據以建議社群安排相關專業成長活動。



圖 2：呂玉琴教授(分數概念)



圖 3：李源順教授(數學感理論)



圖 4：楊凱琳教授(奠基進教室)

(二)挑戰稍困難，但可成功的活動

由於本社群這幾年參與了許多的計畫，例如：教育部國教署數學易思計畫、新北市中小學專業學習社群計畫、新北市教師會教師專業發展支持系統計畫…等，而這些計畫都屬於產出型的計畫，因此會有許多的任務(成果報告、到校分享、公開授課…)需要執行；以往這些任務都是由領導人來做，但現在領導人則會開始逐一將這些任務徵詢社群夥伴是否有意願承接，同樣的，夥伴們也



會因為感受到自己確實有所成長，而想要進一步嘗試挑戰這些任務，更何況這些是屬於大家的社群任務，無形中，我們彼此心中都滋長了這個使命感，會想要一起攜手去完成它。大家參加社群就是希望能夠有所成長，因此不同的任務，就會有不一樣的難度，對領導人來說，會希望每一位夥伴都有嘗試上台的機會。

有了這樣的一個契機之後，於是我們社群夥伴們就一起討論，認為對於規模比較小(對象為新北市學校)的成果報告場次，例如新北市專業學習社群的到校分享，就由剛加入社群不久的新手夥伴來承接，主要是不希望這樣的任務對新手夥伴會造成過大的壓力(如下圖5~圖7)；同樣的，對於規模比較大(對象為來自全國的各級學校)之成果報告場次，例如數學易思計畫成果報告，或是比較具有學術研討會的場次，就會由加入社群比較久的資深夥伴來承接，主要也是希望能體現出一個「母雞帶小雞」的氛圍，如下圖8、圖9所示。



圖 5：L 師(三重國小到校分享)

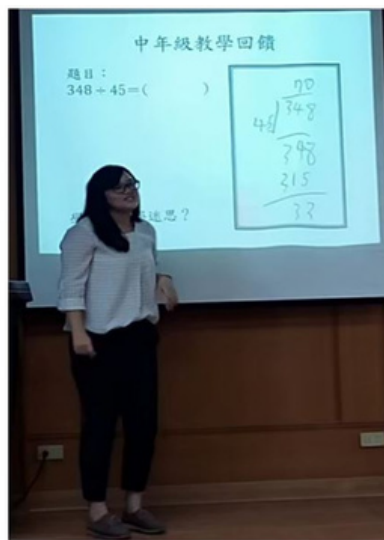


圖 6：G 師(乾華國小到校分享)



圖 7：Z 師(牡丹國小到校分享)

根據上述，不難看出，本社群能夠依據成員的特質發展共同領導機制，社群不同階段專業需求，由不同特質成員主導不同社群事務且社群成員之間還能夠進行分工合作，共享成果共同成長，促進自身專業成長，亦能讓全國社群外部人員進行專業互動與交流。



圖 8：C 師(師大易思計畫成果報告)



圖 9：R 師(師大易思計畫成果報告)

(三)嘗試更具挑戰性的活動

我們社群每一次到各校進行教學分享，或是進行成果報告，都最常被現場老師問到：「我們都知道小組討論的方式確實可以讓學生有更好的學習成效，但是很現實的，都有趕課的壓力，難道你們都沒這方面的問題嗎？」不，其實我們社群跟大家一樣，在一開始的時候，我們也是有趕課的壓力，但為了能夠堅持採用小組討論的方式來進行教學，有些教學活動就是必得有所取捨，經過多年的努力，我們在數學教學專業能力也己有所提升，我們便開始思索著，既然我們社群的數學教學活動是依據數學概念來進行脈絡性的教學，那有沒有一定非得照課本的編排來教呢？有沒有一種可能，是我們既可以兼顧到小組討論又可以解決趕課的壓力呢？在經過一連串的集思廣益之後，我們發現，或許「解構現行課程」是一種可行方式，於是 Just do it！

就舉我們曾經針對六年級的「圓周長」和「圓面積」單元進行解構。當初在準備這個單元的時候，我們就一直在想，如果「圓周長」和「圓面積」的教學只是為了教圓周長公式、圓面積公式，那麼其實在五年級學過「小數乘法」之後就可以教了，為何一定要安排在六年級的課程呢？透過研讀文獻(含數學史)我們終於才知道，原來小學教「圓周長」和「圓面積」，其實是為了讓學生有「極限逼近」的概念，而「極限逼近」是對於未來學不規則圖形時是非常重要的



的概念，於是我們也真的嘗試以「極限逼近」的概念來進行教學，學生的表現也確實令人感到驚艷，不但能自行找到「圓周率」，亦能夠推導出圓面積公式（如下圖10~圖12），更不可思議的是，現行教科書將「圓周長」和「圓面積」單元的授課時數，安排了12節課，解構之後竟然只需8節課!!!

根據上述資料，顯示本社群夥伴不僅能透過社群活動，共同探討如何運用教學相關資源，以及進行課程與教學的設計之外，甚至也大大減輕了教學現場老師們一直很困擾的教學時數不夠的問題。

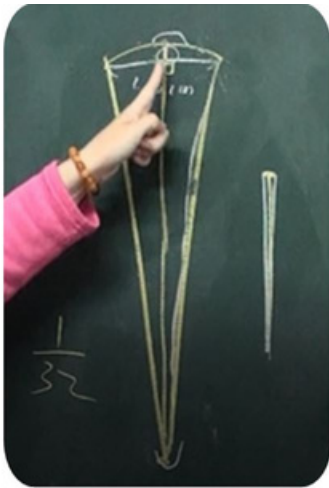


圖 10：小三角形=小扇形

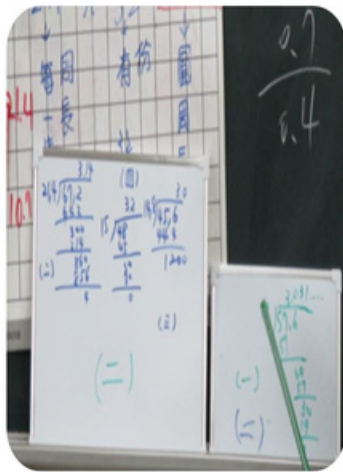


圖 11：學生自行找到圓周率

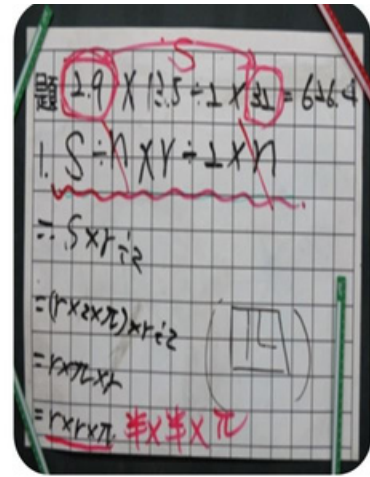


圖 12：學生自行推導圓面積公式

※自我省思

如果今天再一次問我：「一個好的數學老師應該是什麼樣的一個樣貌？」我想我的回答會是：一個好的數學老師不應該只汲於想要學生能考好數學成績罷了，而是要能夠培養學生具備「邏輯和思考的能力」，即便思考的過程十分燒腦，但也都能夠「樂在其中」~如下圖13、圖14所示。

數學可以培養自己的邏輯和思考能力。不會和之前的老師一樣，一直解題，了解為什麼比較有趣，上課就不會覺得無聊了。!!

圖 13：學生的回饋 1

數學，思考、思考……，上課就是要一直思考，如果不懂，也是要一直想到懂，但我主要是喜歡在思考的過程，真的很有趣！

圖 14：學生的回饋



社群的加油站

參與易思基地研討會心得

金門縣開瑄國小

林巧慧

本校從109學年度參與易思基地到現在只有短短二個學年，卻因為疫情而有了很特別的研討會經驗，兩次的實體及兩次的線上，雖然形式不同，但從參加過程中發現無論是實體或線上，研討會的氛圍都是一致的，報告者感受到的環境是溫暖的，並且從回饋中得到支持，而參與者能透過互相交流獲得寶貴的經驗，再帶回社群，我想也是因為這樣良善的循環讓許多學校願意續辦易思基地，甚至呼朋引伴鼓勵更多學校申請。

109學年度第一次代表學校參加期中研討會報告，心中是緊張大於興奮，因為基地剛運作起步，深怕分享的內容太過簡淺，但實際參與過後，才發現自己多慮了，心中只有一個感受：整場研討會的規劃太棒了！

棒的點是什麼呢？

第一點：每一場次的主持人和指導教授都能給予報告者正向支持和精闢的回饋，讓報告者有更多反思的機會，例如我在分享中提到學校教師對於奠基模組實際運用在課程中的時機點掌握度仍然不高，教授即能針對這點和我對話，讓我重新釐清哪些方法可以建議老師使用。

第二點：每一場次參與的學校運作時間長短不同，我認為這是一個很細膩的安排，可以讓大家看見不同時間點學校的發展情形，互相觀摩，特別是對於剛加入的我，看到前輩學校老師課程實踐如此成熟，心中就會想：「啊！好想要學校的老師也能這樣共備轉化課程，實踐課程！」產生動力，設下基地往前進的目標。

第三點：每一場次參與的學校主題多元，我們都能從中看到運作之下老師的教學改變、學生的學習改變，這裡就像是一個教師增能主題資料庫，不只有主題還有使用成效報告可以參考！



第四點：教師私底下的交流，110學年的期中分享我印象十分深刻，某間學校分享到七巧板的課程，與會的老師利用午餐時間主動分享七巧板的教學經驗，鉅細靡遺地呈現從低年級到中高年級如何運用七巧板進行幾何、量與實測教學，讓我忍不住拿出手機紀錄老師的分享過程，希望回到學校能夠現學現用。可惜的是，教師的私下交流在線上模式就較難做到。

說承接社群不會疲累是騙人的，而易思研討會就像是社群的加油站，來一趟，獲得肯定、打開視野、啟發反思，加滿能量，回到基地繼續大步大步向前走！





台九甲三校數感奇遇記

新北市烏來國中小

李思慧

易思計畫對於台九甲線三校聯合共備(烏來、屈尺、德拉楠)來到第二年，今年德拉楠學校老師全校參與之外，還有台北市永建國小老師一同參與公開授課，讓這一期的易思共備多了許多教室帶來的好課題，也讓多了更多成員可以彼此分享學生學習和老師教學上的狀況。

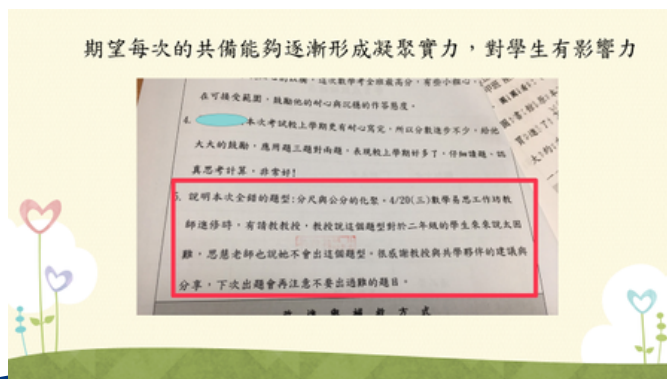


這年度的易思在研習規劃上依舊以聯合共備方式為主，另外為了增加時間地域上的彈性安排，有兩次以德拉楠實驗小學為主進行進行研習，這讓我不得不佩服正在民族實驗計畫中的德拉楠小學對教師增能的積極與決心，另外也就是我們都珍惜這難得的共備機會，因為在教學不斷運轉之下，李源順教授能隨時支援和解惑，在偏鄉小學教師班級數極少的狀況下，不但能針對地域文化共同性來討論，還能找到同學年的老師一同討論現在就在授課的數學概念，真是太幸福了！



這一年的成長計劃內容上，我們大多以使用李源順教授「數學這樣教」以及「數學這樣學」兩套以數感理論統整出的教學和學習材料為主，依李教授數感教學的五個核心內涵「舉例」、「簡化」、「畫圖」、「問為什麼」、「回想」為基礎來進行數學教學的研討；形式上以統整各年段出現的迷思概念釋疑及命題分享、數學學材施作分享、公開授課觀影共同討論三大方向安排。在七次的研習中因疫情採用實體、線上下混合、以及全線上的共備方式來增能，有了前一年的摸索和不確定後，今年稍能以處變不驚的態度更具焦向李教授學習和請教。

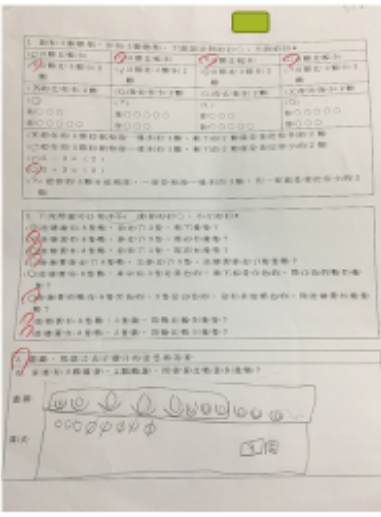
迷思概念的解疑及命題分享討論過程中，老師可以討論同年段的孩子對於相同概念命不同命題型態的利弊，也願意互相回頭修正或採用彼此的題目。我們也可以看見不同學校同年段的數學學習上會有不同的迷思任務要處理，在觀察學生解題記錄時一起分析學生的思考模式，這都是很細緻且難得的共備狀態。






數學學材是老師們乍看之下會遲疑不敢做的素材，除了幾乎都是語句陳述的題目之外，還有需要舉例的申論題，不過經由夥伴的分享下我們決定所有班級都來嘗試施作一份二年級比較型學材並進行討論，那次的經驗是我們重要的突破，因為我們更能發現學生的迷思，也更能掌握數感五個核心內涵的意義，我們可以看到同一個概念在不同年段施作後學生的反應，也讓正在低年段的我有所警惕注意，那是一次讓大家敢使用學材也發現學材好用關鍵性的研討。

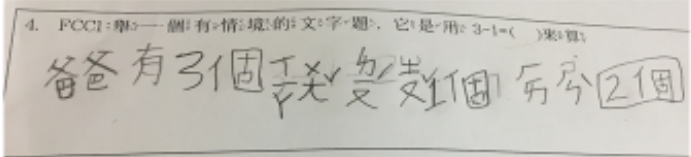
學材說明



初次使用
診斷性強

綜觀的觀察學生學習狀況
(概念迷思? 文字理解? 作答速度及專注?)





這期的易思公開課由永建國小五年級蕭丞凱老師也進行「正方體與長方體的展開圖」的授課，在丞凱老師「正方體展開圖」說課中我的收穫最多，我們雖然就怎麼教、教些什麼？提出一些想法，像是我就想若是結合現在不乏的眾多輔助軟體也許也可以快速讓小孩覺察到立體展開平面圖之間的關係，不過李教授強調給他各類的嘗試活動最終要孩子得到一種「心像」，在數學學習過程中能根據所給的條件「建立心像」，得到結果，會比給他各類體驗還來得重要，也就是說若是能運用自己想像力將平面展開圖呈現出來，知道哪幾個面相連能組成完整正方體也許意義大於平面展開圖的分類或是能畫出精準的圖。



有一陣子因疫情其他工作上的瓶頸以致易思共備掉到陷入瓶頸，我也苦思老師們需要什麼樣的研習課程？怎麼樣的工作坊才能對老師有幫助？這時我會放下我自己的膠著，向李教授請教，這是一種放下自己擔憂交一些給老師指導的姿態，李教授依然耐心的與我討論，讓我們嘗試看其他老師授課影帶來討論數學教法和數學概念，這種穩健的學者風範和耐心讓我更是感謝有這麼好的數學教育計劃。我常常想，教育工作若要能向上提升，該先跨出一步再多用心是應該的，要有收穫前本來就要付出額外的努力，付出的同時就是收穫，易思召集需要極大熱情也需要了解更多老師的需求，在這兩年來謝謝易思計畫教授們的無私，讓學術和一線教師能夠彼此交流，共同成長。





這些年， 老師和學生一起玩一起成長！

高雄市茄萣國小

楊雅芬

還記得民國105年的寒假，茄萣國小申請了第一次的「數學好好玩冬令營」！那時候學校夏令營、冬令營活動多，但都是屬於團康、體育類活動，未曾辦理過學科領域的活動，學校行政人員與老師們很疑惑這樣的活動，會有孩子參加嗎？第一次營隊報名表就在師資不足、沒有經驗、學生參加意願未知等因素下，忐忑不安地發出去了。然而結果卻是令人振奮，學生報名踴躍，原先預定60人的活動，卻報名了近120人，學校家長會大力支持，認為「只要學生想學，我們就通通錄取」，慷慨地表示鐘點費不足部分由他們支付！就這樣開啟了茄萣國小和數學奠基這個美妙的緣分！

看見孩子開心玩數學的笑容，學校老師也心動了！老師紛紛好奇地詢問：那是什麼遊戲？怎麼玩？哪裡找到的？於是我們以有趣的「旋轉乾坤」數學魔術作為開場，正式向老師們介紹數學奠基模組與亮點基地計畫。同年我們成功招募到16位老師，申請亮點基地計畫，進行老師們的第一期中、高年級奠基模組培訓，並協助十六位老師取得研習證書！

接下來每學期我們都申請辦理「亮點基地計畫」（後改為易思計畫），老師們利用週三下午時間參加培訓，不用額外花時間進行專業成長，也不用舟車勞頓趕到高雄市區增能。老師們可以短暫放空自己，仔細聆聽講師的說明，像孩子般的沉浸於遊戲中，最後在講師的帶領下，歸納出遊戲設計的核心概念。在這幾年努力之下，成功取得四期中、高年級模組證書（共8張證書）有5位老師，取得半數證書也有5-6位老師，至少取得其中一期的模組證書也有好幾位。我們甚至還說服學校老師，取得證書後繼續擔任寒、暑假學生營隊的講師。

就這樣，每每學期將盡時，學生最期待的就是能抽籤中獎，可以參加寒、暑假的數學好好玩營隊，他們喜歡玩遊戲，樂於與同學分享遊戲策略，勇於發表自己的發現。孩子們的笑臉與回饋單中童言童語敘說的數學知識，就明顯看出孩子們不是不愛數學，只是不愛「在教室裡坐著聽講」的數學而已！下課時



走在校園，孩子們常常開心地跑著跳著過來問：主任，要放假了，什麼時候開始報名「數學好好玩」？我一定要報名喔！因為真的好好玩！這些年來，「數學好好玩」營隊也儼然成為茄萣國小學生的寒、暑假代名詞了！

而帶領營隊的老師們在歷經寒、暑假的模組操作歷程中，更能深刻體驗模組所涉及的核心概念，也更能掌握模組的教學活動設計。老師們慢慢地會在數學課中使用這些模組的教具，也慢慢地將模組活動帶入數學課中。到了110學年度，老師們應用的程度涵蓋了學生學習扶助課程：數字拉密、數字賓果、分數牆相關活動，還有奠基進教室：三角形分類、體積的層出不窮、因數(找到正方形)、三角形(三角形三邊長性質與三內角和)、比和比值(調果汁)等等。

從105學年到110學年我們申請了四個學年的活動師培訓和一個學年的奠基進教室(107學年除外)，還有五個學年的數學營隊。這些年，我們一步一腳印，慢慢地向前行，老師和學生一起玩一起成長！令我印象深刻的是有一位小女生和一位小男生因為那年無法參加數學營隊(抽籤未中)而當場哭了起來。看著茄萣的孩子天真地透露想要參加營隊的渴望，還有營隊活動時露出燦爛的笑容，我們知道這這顆喜愛數學的種子已經在他們心裡慢慢發了芽！他們不僅僅是喜歡玩遊戲，就連分組討論時的說理、互動也讓他們回味無窮。數學教學往往是最難引起學生的共鳴的，但是茄萣的孩子在寒、暑假寧可犧牲看電視或是玩遊樂器的時間，來學校參加數學奠基活動的營隊，真是令人欣慰！

學生們邊玩邊學，從討厭數學到自己說出「數學好好玩」，甚至回家變魔術、和家人一起玩遊戲；老師們從不知何謂奠基模組到認同奠基對孩子的影響，甚至能將奠基融入自己的教學中。這些年，雖然我們走得慢，但是學生和老師一起玩一起慢慢成長！師生這樣的轉變，真的非常感謝台師大數學教育中心的數學奠基相關計畫！